

Е. П. Морозенко, К. Д. Ильченко

**ГРАФИЧЕСКАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ ДВУХПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ
ЗАВИСИМОСТИ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ СМЕСЕЙ
МЕТАЛЛУРГИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ**

Выполнены исследования теплофизических свойств, их графическая интерпретация и изучена геометрия поверхностей свойств двухкомпонентных смесей металлургических материалов в зависимости от состава и температуры.

Виконані дослідження теплофізичних властивостей, їх графічна інтерпретація і вивчена геометрія поверхонь властивостей двокомпонентних сумішей металургійних матеріалів у залежності від складу і температури.

Investigations of thermophysical properties, their graphic interpretation are carried out, geometry of surface properties of two-component mixes of metallurgical depending on composition and temperature is studied.

Введение. Применение планирования при проведении экспериментальных исследований позволяет значительно сократить время исследования и при этом увеличить объем получаемой информации, а также успешно применить математические методы при обработке результатов эксперимента. Несмотря на многообразие методов планирования эксперимента, прямое их использование при проведении теплофизического эксперимента в большинстве случаев является совсем невозможным или весьма

затруднительным. Исключение составляют симплекс-решетчатые планы А. Шеффе, для использования которых авторы нашли специальные задачи.

Основополагающей работой в планировании эксперимента на симплексе является статья А. Шеффе [1], в которой были предложены решетчатые планы (канонические полиномы Шеффе), которые до настоящего времени являются достаточно распространенными в практике исследований.

Исследование теплофизических свойств с помощью симплекс-решетчатого планирования позволяет выполнить поиск материалов или смесей с заранее заданными теплофизическими свойствами (минимальными или максимальными).

Основным преимуществом симплекс-решетчатых планов является минимальное количество экспериментов (планы насыщенные), простота их реализации, последовательная композиционность планов (до некоторого порядка) и несложность формул для расчетов коэффициентов аппроксимирующих полиномов.

Применение метода прямых произведений [2] позволяет включить в симплекс-решетчатое планирование несмесевые факторы (например, температуру), что характерно для исследования теплофизических свойств.

Состояние вопроса. Опыт, накопленный авторами, свидетельствует об эффективности использования планирования эксперимента при исследовании теплофизических свойств. Однако, в металлургических исследованиях планирование эксперимента применяется мало. Так обзор, выполненный Чмелевой Т. А. и Адлером Ю. П. [3], показывает, что симплекс-решетчатое планирование эксперимента наиболее широко применяется в металловедении (43 работы), органической химии (30 работ), при исследовании строительных материалов (29 работ), тогда как об исследованиях в области металлургии имеется всего лишь 5 публикаций.

Расширение круга исследователей, применяющих методы симплекс-решетчатого планирования, приведет к получению новых данных, к постановке новых задач и прогрессу в данном важном направлении исследований.

Постановка задачи. Чаще всего симплекс-решетчатое планирование используется для исследования трехкомпонентных смесей. Применительно к исследованию теплофизических свойств металлургических материалов с различными целями (например, поиск шихт с минимальной энтальпией), кроме смесевых факторов (состав), необходимо в планирование и исследование включать также несмесевой количественный фактор – температуру. Геометрическая интерпретация результатов в этом случае производится в виде контурных кривых (линий равного значения свойства) поверхности отклика на трехкомпонентных диаграммах для изотермических срезов. Даже если шаг по температуре составляет 100 °С, количество диаграмм по одному свойству более десяти при высокотемпературных исследованиях, что достаточно громоздко.

Авторами предложено использование планов Шеффе для исследования двухкомпонентных смесей по двум параметрам: составу и температуре. Если исследовать свойства двухкомпонентных смесей, которых в металлургии достаточно, можно в качестве геометрической интерпретации представить объемную модель зависимости свойств от состава и температуры, где свойства (теплоемкость, коэффициент теплопроводности) будут представлены в виде поверхности.

Таким образом, задачей данной работы является исследование теплофизических свойств двухкомпонентных смесей металлургических материалов в зависимости от состава и температуры и графическая интерпретация исследованной двухпараметрической зависимости.

Методика исследования. Теплофизические свойства (теплоемкость и коэффициент теплопроводности) двухкомпонентных смесей, применяемых в металлургии, были определены по методу баланса тепла в образце [4,5] на установке ОТСМ-1, разработанной на кафедре промышленной

теплоэнергетики НМетАУ для комплексного исследования теплофизических свойств материалов.

При использовании симплекс-решетчатого планирования полученные модели анализируются в зависимости от поставленной задачи. Чаще всего необходимо провести исследование модели на экстремум, для чего используется каноническое преобразование модели [6], которое содержит две процедуры: перенос начала координат в экстремальную точку и замену старых координатных осей новыми, повернутыми на некоторый угол относительно старых осей. Условием экстремума является равенство нулю первых производных данного свойства по смесевым факторам.

Для переноса начала координат в экстремальную точку необходимо продифференцировать имеющуюся модель по каждому из факторов, в результате чего получается система линейных уравнений, решение которой дает координаты экстремальной точки. После подстановки координат экстремальной точки в исходную модель получаем значение свойства в экстремальной точке.

Замена координатных осей новыми сводится к решению характеристического уравнения, полученного из канонического уравнения, и определению направляющих косинусов. По каноническому виду уравнения можно классифицировать экстремальную точку и поверхность отклика [6], что и было сделано авторами для исследованных материалов.

Таким образом, каноническое преобразование модели хотя и возможно для любого числа факторов, действующих в исследуемой системе, само по себе является достаточно громоздким. В случае четырех и более факторов переход к каноническому виду становится очень громоздким и трудоемким и требует привлечения специальных методов [7].

Результаты исследования и их анализ. Многолетние исследования теплофизических свойств материалов авторами, а также результаты исследования других авторов указывают на то, что зависимость

теплофизических свойств от температуры в случае исследования одного материала чаще всего адекватно описываются полиномом второй степени. Линейные зависимости равно как и полиномы более высоких степеней встречаются чрезвычайно редко.

При каноническом преобразовании модели по знаку корней характеристического уравнения получают поверхности четырех типов:

- гиперболический параболоид (седло);
- эллиптический параболоид (гамак);
- стационарное возвышение;
- возрастающее возвышение (гребень).

Авторами исследованы теплофизические свойства шестнадцати двухкомпонентных смесей и построены двадцать девять объемных моделей. Результаты исследования покажем на примере смеси сырого оксидного марганцевого концентрата (ОМК) 1 сорта с газовым углем.

Известно, что спекающую способность угля используют для углетермического окускования рудных концентратов с получением специальных видов кокса. Спекающая способность, которую угли проявляют в смесях с минеральными наполнителями, в зависимости от природы последних существенно отличается. Сравнительные исследования спекаемости рудно-угольных смесей показали, что сырая марганцевая руда меньше снижает спекающую способность угля, чем обожженная. В табл. 1 приведена матрица планирования для двухкомпонентной смеси.

Таблица 1- Матрица планирования для рудно-угольной смеси

Номер опыта	Материал	x_1	x_2	Индексация отклика	
				c	λ
1	ОМК 1 сорта	1	0	c_1	λ_1
2	уголь	0	1	c_2	λ_2

100	61	0,610	0,503	129	1,290	1,490	81	0,810	1,644
200	201	1,005	0,416	326	1,630	1,060	215	1,074	1,420
300	347	1,157	0,859	417	1,392	0,680	277	0,925	1,109
370	432	1,167	0,336	624	1,683	0,637	337	0,910	1,015
400	457	1,142	0,326	685	1,713	0,617	369	0,924	1,026
430	494	1,149	0,323	732	1,705	0,599	406	0,949	0,999
440	512	1,163	0,322	760	1,728	0,602	431	0,979	1,012
450	518	1,150	0,321	800	1,174	0,613	455	1,011	1,037
460	534	1,160	0,320	845	1,836	0,627	478	1,040	1,053
470	549	1,168	0,320	881	1,874	0,641	503	1,070	1,080
480	560	1,167	0,319	904	1,884	0,645	520	1,084	1,071
490	569	1,162	0,319	951	1,941	0,685	573	1,169	1,131
500	582	1,164	0,318	1001	2,002	0,684	627	1,254	1,203
520	609	1,171	0,321	1144	2,201	0,770	767	1,476	1,470
550	634	1,207	0,326	1400	2,545	0,980	929	1,689	1,758

^xзначение в скобках – убыль массы, %.

По полученным экспериментальным данным в каждой точке плана были построены интерполяционные модели зависимости теплоемкости и коэффициента теплопроводности от температуры вида

$$c = c_0 + dt + gt^2 \quad (2)$$

$$\lambda = \lambda_0 + kt + lt^2 \quad (3)$$

Значения коэффициентов моделей приведены в табл. 3,4.

Таблица 3-Коэффициенты модели зависимости теплоемкости от температуры для ОМК 1 сорта и газового угля

Материал	c_{0i}	d_i	g_i
ОМК I сорта	0,325	$0,388 \cdot 10^{-2}$	$-0,439 \cdot 10^{-5}$
газовый уголь	1,691	$-0,326 \cdot 10^{-2}$	$0,800 \cdot 10^{-5}$
уголь + ОМК I сорта	1,333	$-0,427 \cdot 10^{-2}$	$0,826 \cdot 10^{-5}$

Таблица 4-Коэффициенты модели зависимости коэффициента теплопроводности от температуры для ОМК 1 сорта и газового угля

Компонент	λ_{oi}	k_i	l_i
ОМК I сорта (сырой)	0,611	$-0,122 \cdot 10^{-2}$	$0,128 \cdot 10^{-5}$
газовый уголь	2,291	$-0,871 \cdot 10^{-2}$	$0,112 \cdot 10^{-4}$
уголь + ОМК I сорта	2,579	$-0,933 \cdot 10^{-2}$	$0,134 \cdot 10^{-4}$

В результате для смеси угля с ОМК 1 сорта получены следующие уравнения зависимости теплофизических свойств от состава и температуры:

для теплоемкости

$$\begin{aligned}
c = & 0,325x_1 + 0,169 \cdot 10^1 x_2 - 0,530x_1x_2 + 0,388 \cdot 10^{-2} x_1t - \\
& - 0,326 \cdot 10^{-2} x_2t - 1,524 \cdot 10^{-3} x_1x_2t - 0,439 \cdot 10^{-5} x_1t^2 + \\
& + 0,800 \cdot 10^{-5} x_2t^2 + 0,171 \cdot 10^{-4} x_1x_2t^2
\end{aligned} \tag{4}$$

для коэффициента теплопроводности

$$\begin{aligned}
\lambda = & 0,611x_1 + 2,291x_2 - 3,900x_1x_2 - 0,122 \cdot 10^{-2} x_1t - \\
& - 0,871 \cdot 10^{-2} x_2t - 0,132 \cdot 10^{-1} x_1x_2t + 0,128 \cdot 10^{-5} x_1t^2 + \\
& + 0,112 \cdot 10^{-4} x_2t^2 + 0,262 \cdot 10^{-4} x_1x_2t^2
\end{aligned} \tag{5}$$

Результаты расчета теплофизических свойств угольно-минеральных смесей по этим уравнениям приведены в табл. 5,6, а зависимость теплофизических свойств от состава и температуры - на рис. 1,2.

Объемное графическое представление функции отклика (теплоемкости и коэффициента теплопроводности) позволяет избежать сложного канонического преобразования уравнений зависимости теплофизических свойств от состава и температуры с последующим анализом типа поверхности отклика.

Таблица 5-Теплоемкость смеси ОМК I сорта с газовым углем в зависимости от состава и температуры

Состав		Температура, °С				
ОМК	Уголь	100	200	300	400	500
0	1	1,444	1,358	1,432	1,666	2,060
0,1	0,9	1,197	1,055	1,079	1,268	1,624
0,2	0,8	0,988	0,810	0,796	0,948	1,265
0,3	0,7	0,817	0,622	0,585	0,705	0,983
0,4	0,6	0,683	0,492	0,445	0,540	0,778
0,5	0,5	0,587	0,420	0,375	0,452	0,650
0,6	0,4	0,528	0,406	0,377	0,441	0,599
0,7	0,3	0,507	0,449	0,450	0,508	0,626
0,8	0,2	0,523	0,550	0,593	0,653	0,729
0,9	0,1	0,577	0,709	0,808	0,875	0,910
1	0	0,669	0,925	1,094	1,175	1,168

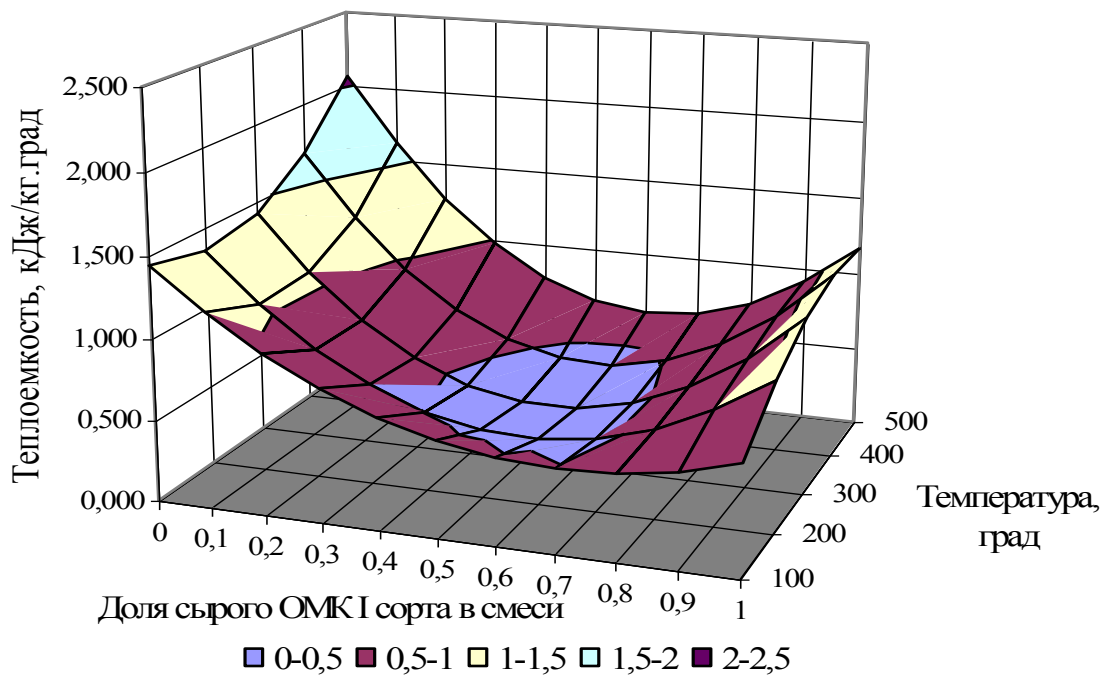


Рис.1- Зависимость теплоемкости смеси сырого ОМК 1 сорта с углем от состава и температуры

На объемной диаграмме представлена теплоемкость в виде поверхности отклика. Продольные линии на ней – температуры (100, 200 ...500 °С), поперечные – содержание оксидного концентрата в смеси. Линия на левой грани (видимой) представляет собой зависимость теплоемкости угля от температуры, линия на правой грани (невидимой) – это зависимость теплоемкости ОМК от температуры. Линия на невидимой передней грани представляет собой зависимость теплоемкости смеси от состава при температуре 100 °С. Линия на видимой задней грани – это зависимость теплоемкости смеси от состава при температуре 500 °С.

Контурные линии на поверхности отклика представляют собой изолинии теплоемкости смеси значений 0,5, 1,0, 1,5 и 2,0 кДж/кг·°С соответственно и являются эллипсами или его частями. Эллипсоидная впадина в центре имеет минимум, соответствующий значению теплоемкости < 0,5 кДж/кг·°С.

Максимум значения теплоемкости в исследованной области соответствует значению теплоемкости оксидного концентрата при температуре 500 °С.

Таблица 6-Коэффициент теплопроводности смеси ОМК I сорта с газовым углем в зависимости от состава и температуры

Состав		Температура, °С				
ОМК	Уголь	100	200	300	400	500
0	1	1,532	0,997	0,686	0,599	0,736
0,1	0,9	1,685	1,147	0,860	0,825	1,044
0,2	0,8	1,781	1,251	0,989	0,995	1,269
0,3	0,7	1,820	1,308	1,071	1,108	1,420
0,4	0,6	1,802	1,319	1,107	1,165	1,494
0,5	0,5	1,727	1,285	1,098	1,166	1,491
0,6	0,4	1,596	1,204	1,042	1,111	1,411
0,7	0,3	1,408	1,077	0,941	1,000	1,254
0,8	0,2	1,163	0,903	0,793	0,832	1,020
0,9	0,1	0,861	0,684	0,600	0,608	0,709
1	0	0,502	0,418	0,360	0,326	0,321

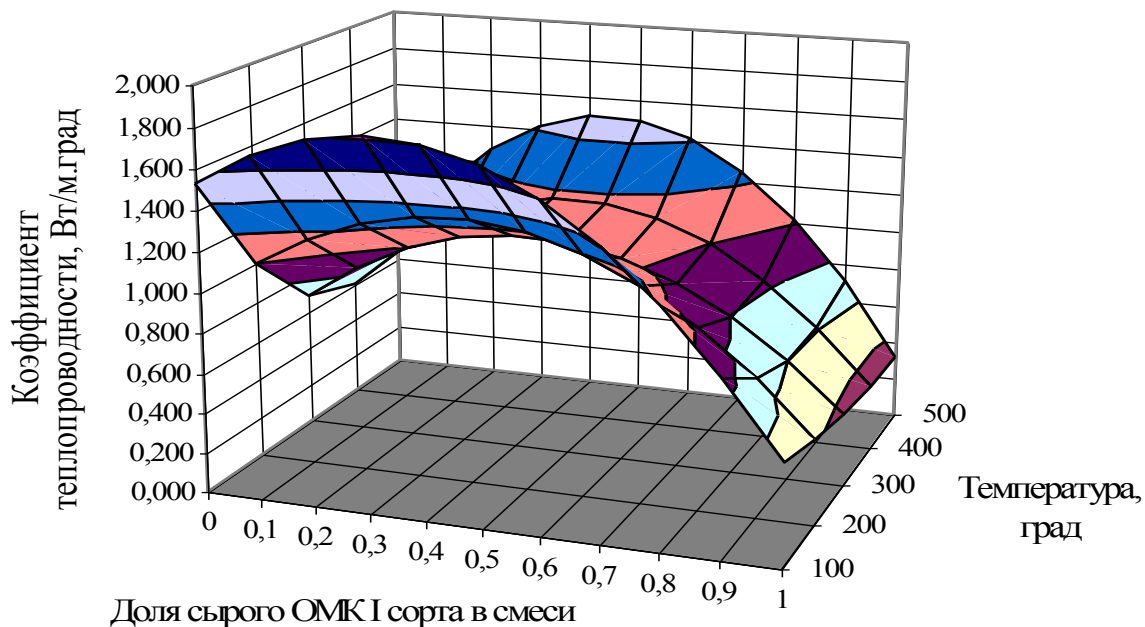


Рис. 2- Зависимость коэффициента теплопроводности смеси сырого ОМК 1 сорта с углем от состава и температуры

Для коэффициента теплопроводности изолинии являются гиперболами. В центре поверхности имеется «седло» или «минимакс» (максимум по составу, минимум по температуре). Поверхность коэффициента теплопроводности представляет собой гиперболический параболоид, от центра поверхности по одной оси идет увеличение коэффициента теплопроводности, по другой – уменьшение.

Выводы. Результаты приведенных исследований позволяют указать следующие преимущества графического представления теплофизических свойств в виде поверхностей зависимости от состава и температуры:

- количество экспериментов минимально;
- представление моделей чрезвычайно наглядно;
- нет необходимости канонического преобразования моделей и математического исследования их свойств;

- на гранях параллелепипеда, высекаемого из пространства факторами (составом и температурой), видны свойства отдельных компонентов в зависимости от температуры;
- на ребрах параллелепипеда видны максимальные и минимальные значения отдельных компонентов;
- на поверхности свойств видны локальные экстремумы значений свойств в зависимости от состава и температуры.

Библиографический список

1 Scheffe H. Experiments with Mixtures // Journal of Royal Statistical Society, Series B. - 1958. - Vol. 20. -P. 344-360.

2 Гогоберидзе Н. В. О методе прямых произведений в планировании эксперимента для изучения сложных систем / Н. В.Гогоберидзе, И. Г. Зедгинидзе // Применение математических методов для исследования многокомпонентных систем. - М.: Металлургия, 1974.-С. 128-133.

3 Чмелева Т. А. Планирование эксперимента при построении диаграмм состав-свойство (обзор) / Т. А.Чмелева, Ю. П. Адлер // Применение математических методов для исследования многокомпонентных систем. - М.: Металлургия, 1974.-С. 11-42.

4 Ильченко К. Д. Планирование эксперимента при исследовании теплофизических свойств шихтовых материалов металлургии / К. Д. Ильченко, Е. П. Морозенко.-Дніпропетровськ: Січ, 2004.-176 с.

5 Ильченко К. Д. Теплофизические свойства двухкомпонентных смесей металлургии и коксохимии / К. Д. Ильченко, Т. Ю.Тарасевич.-Днепропетровск: Іма-прес, 2004.- 96 с.

6 Винарский М. С. Планирование эксперимента в технических исследованиях / М. С.Винарский, М. В. Лурье. - Киев: Тэхніка,1975.- 168 с.

7 Иоффе А. Д., Тихомиров В. М. Теория экстремальных задач / А. Д. Иоффе, В. М.Тихомиров.-М.: Наука, 1974.-480 с.

