

ДОСЛІДЖЕННЯ ЗМІНИ ФОРМИ ЛІНІЇ ПЕРЕТИНУ ЦИЛІНДРА ПЛОЩИНОЮ ПРИ РОЗГОРТАННІ

В статті проаналізовано зміну форми лінії перетину прямого кругового циліндра площиною при розгортанні. Показано, що в загальному випадку лінія перетину піддається вигину і скручуванню. Розроблено методикку і приведені результати розрахунку параметрів скручування і вигину. Ці параметри перемінні по довжині розгортки і залежать від кута нахилу січної площини. Показана також залежність величини вигину та інтенсивності скручування в даній точці лінії перетину від положення дотичної стосовно миттєвої осі розгортання.

Ключові слова: кут скручування, величина вигину, розгорнення, синусоїда.

ВСТУП

Багато технічних конструкцій виготовлені з гнучого листового матеріалу. Технічні розгортки виробів, що містять циліндричні і конічні поверхні, використовують при виготовленні воздухопроводів для промислової вентиляції і пневматичного транспорту. Це розгортки циліндричних відведень колін трубопроводів, розгалужень трубопроводів, водостічних труб, фасонних частин пиле- і стружкоулавлювачів та інші.

При складанні і оформленні робочих креслень розгорток необхідно враховувати особливості листового матеріалу, розміри листів, їх товщини, технологічні вимоги при відтворенні розгортки в просторову форму [1]. Також треба враховувати, що в реальних технологічних процесах, які пов'язані з розгорткою або навивкою, профіль підвергається деформації вигину та скручування.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Розглядаючи просторову криву лінію як траєкторію точки, що рухається, можна аналізувати зміну форми цієї лінії по її довжині. Параметрами цієї зміни є перша кривизна і кривизна крутіння. Кривизна крутіння при цьому характеризує швидкість відходу кривої лінії від дотичної площини [2].

Однак зазначених параметрів недостатньо для аналізу деформації круглого, квадратного чи іншого профілю при виготовленні деталей шляхом навивки та згортання. Тут поряд з деформацією вигину (характеризуємою зміною першої кривизни) має місце деформація скручування (яка не є кривизною крутіння).

Зміна форми будь-якої лінії без зміни її довжини є результатом двох рухів: скручування та вигину. Плоска лінія при вигині залишається плоскою. Скручування в загальному випадку перетворює плоску лінію в просторову.

Оцінюючи зміну радіуса кривизни і кута скручування по довжині лінії (профілю), можна судити про величину деформації профілю.

Виконаємо такий аналіз методами нарисної геометрії на прикладі розгортання усіченого прямого кругового циліндра.

МЕТОДИКА РІШЕННЯ ЗАДАЧІ

При розгортанні циліндра, розсіченого площиною, що складає з горизонтальною площиною проєкцій кут γ , лінія еліпса перетворюється в синусоїду. При цьому в кожній точці еліпса відбувається скручування і вигин по довжині розгорнення.

Приймемо наступну схему розрахунку. Введемо прямокутну систему координат з початком у точці I, що відповідає початку розгортання. Для кожної розрахункової точки еліпса і відповідних точок на розгортці визначимо радіус кривизни. Порівнюючи вихідний на еліпсі й отриманий на розгортці радіус кривизни, можна оцінити величину вигину лінії перетину.

Для визначення скручування введемо допоміжні вектори \bar{S} , рівні один одному і проведені з кожної розрахункової точки еліпса перпендикулярно площині перетину. Будемо вважати, що вектори закріплені до поверхні циліндра й у процесі розгортання їхнє положення щодо відповідних дотичних площин не міняється. Після розгортання вектори \bar{S} не лежать у площині розгорнення і ординати їхніх кінців визначають величину кута скручування. Лінія перетину на розгортці випрямлена шляхом плоскопаралельного переміщення на вісь Ox і показана в аксонометрії [3]. Кут β є кутом скручування.

Помітимо, що у випадку розгортання еліпса в його власній площині він перетворюється в пряму лінію при відсутності скручування. Вектори \bar{S} знаходяться в одній площині.

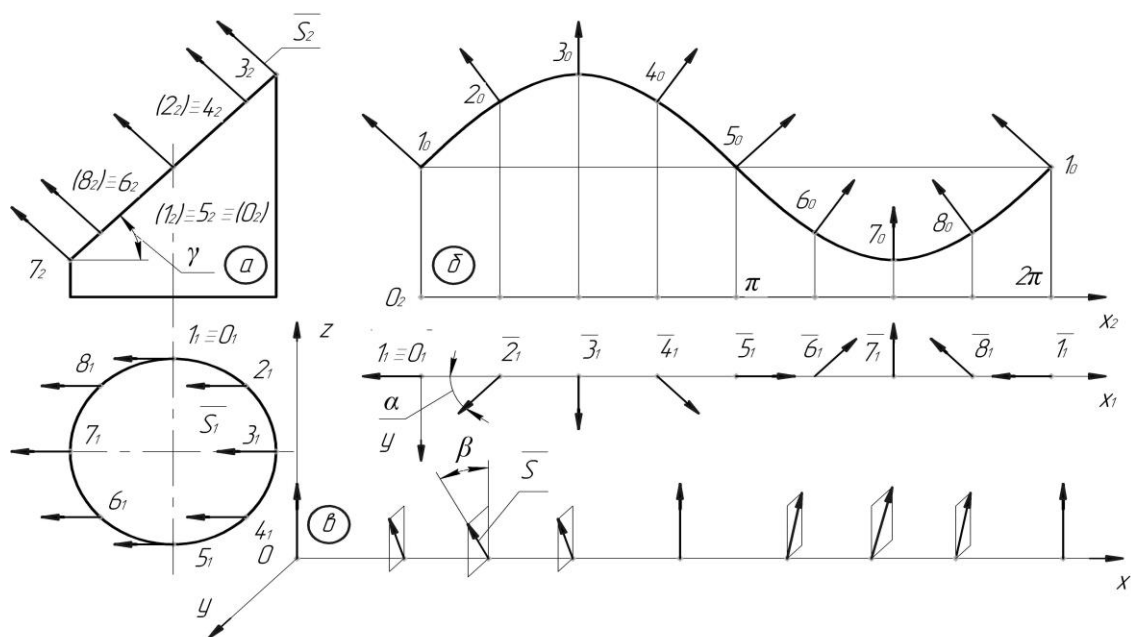


Рис. 1. Розгортка розсіченого циліндра

Радіуси кривизни лінії перетину в розрахункових точках на циліндрі і розгортці визначаємо приблизно, як радіуси кіл, що проходять через три суміжні розрахункові точки. Для цього попередньо визначаємо координати розрахункових точок.

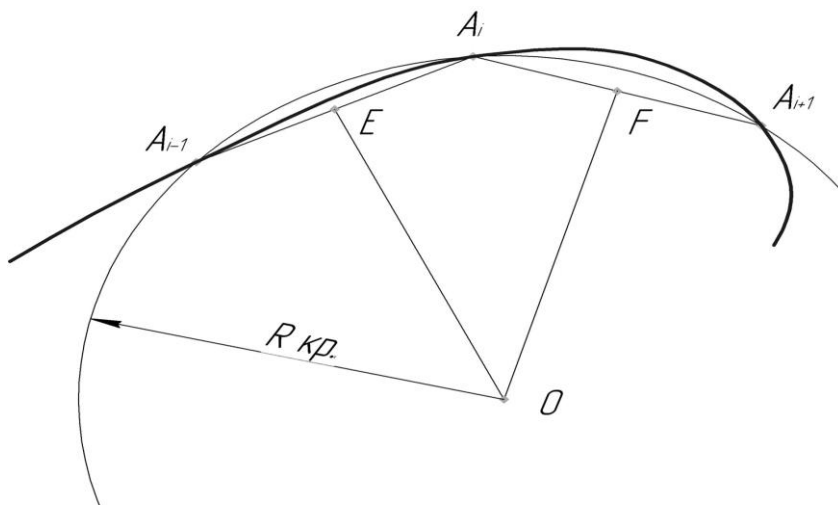


Рис. 2. Визначення радіусів кривизни лінії перетину.

Алгоритм розрахунку кута скручування.

Координати розрахункових точок на циліндрі

$$\begin{aligned} X_{Ai} &= R \cdot \sin \alpha_i & X_{Bi} &= X_{Ai} - S \cdot \sin \gamma \\ Y_{Ai} &= R (1 - \cos \alpha_i) & Y_{Bi} &= Y_{Ai} \\ Z_{Ai} &= Z_n + X_{Ai} \cdot \operatorname{tg} \gamma & Z_{Bi} &= Z_{Ai} + S \cdot \cos \gamma \end{aligned}$$

Координати розрахункових точок на розгортці

$$\begin{aligned} X_{1Ai} &= R \cdot \alpha_i & X_{1Bi} &= X_{1Ai} - S \cdot \sin \gamma \cdot \cos \alpha_i \\ Y_{1Ai} &= 0 & Y_{1Bi} &= S \cdot \sin \gamma \cdot \sin \alpha_i \\ Z_{1Ai} &= Z_{Ai} & Z_{1Bi} &= Z_{Bi} \end{aligned}$$

Кут скручування виражається формулою

$$\beta = \arccos \frac{Y_{1Bi}}{S}, \quad (1)$$

де R – радіус основи циліндра;

γ – кут нахилу січної площини;

α_i – поточний кут розгортання;

A, B – точки, що відповідають початку і кінцю вектора \vec{S} ;

X_{Ai}, Y_{Ai}, Z_{Ai} – координати точки A на циліндрі;

X_{Bi}, Y_{Bi}, Z_{Bi} – координати точки B на циліндрі;

$X_{1Ai}, Y_{1Ai}, Z_{1Ai}$ – координати точки A на розгортці;

$X_{1Bi}, Y_{1Bi}, Z_{1Bi}$ – координати точки B на розгортці.

Визначення радіуса кривизни в розрахункових точках на циліндрі

Координати точок еліпса в допоміжній системі координат (у площині еліпса)

$$X_{2Ai} = \frac{XAi}{\cos \gamma}; \quad Y_{2Ai} = YAi.$$

Координати точок на серединах суміжних хорд (рис. 2).

$$X_{Ei} = \frac{XA(i-1) + XAi}{2}; \quad Y_{Ei} = \frac{YA(i-1) + YAi}{2};$$

$$X_{Fi} = \frac{XAi + XA(i+1)}{2}; \quad Y_{Fi} = \frac{YAi + YA(i+1)}{2}.$$

Кутові коефіцієнти суміжних хорд

$$Q_{1i} = \frac{Y_{2Ai} - Y_{2A(i-1)}}{X_{2Ai} - X_{2A(i-1)}}; \quad Q_{2i} = \frac{Y_{2A(i+1)} - Y_{2Ai}}{X_{2A(i+1)} - X_{2Ai}}.$$

Координати центра кола, що проходить через три суміжні точки

$$X_{Oi} = \frac{\frac{X_{Ei}}{Q_{1i}} - \frac{X_{Fi}}{Q_{2i}} + Y_{Ei} - Y_{Fi}}{\frac{1}{Q_{1i}} - \frac{1}{Q_{2i}}}; \quad Y_{Oi} = -\frac{1}{Q_{1i}}(X_{Oi} - X_{Ei}) + Y_{Ei}.$$

Радіус кривизни в розрахункових точках еліпса виражається формулою

$$R_{кр.i} = \sqrt{(XAi - X_{Oi})^2 + (YAi - Y_{Oi})^2}, \quad (2)$$

де X_{2Ai} , Y_{2Ai} - координати точок еліпса в площині еліпса;

Z_n - апліката першої розрахункової точки (вибирається довільно).

Аналіз скручування лінії перетину

Результати розрахунків представлені на рис. 3. Прийняті наступні вихідні дані: $\gamma - 10^\circ, 40^\circ, 70^\circ$; $Z_n = 75$ мм; $R = 50$ мм; $S = 50$ мм.

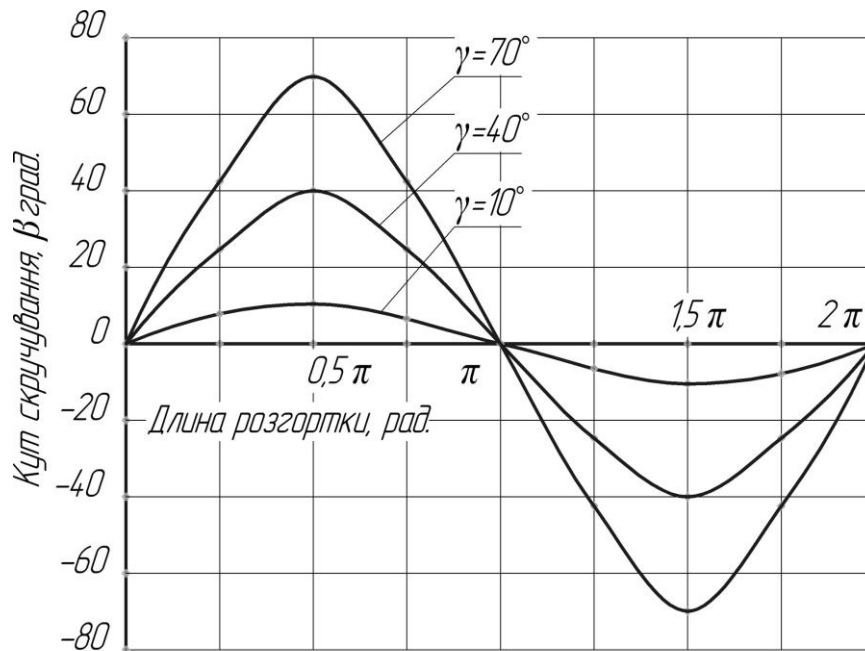


Рис. 3. Зміна кута скручування по довжині розгортки

По довжині розгортки інтенсивність і напрямок скручування міняються в такий спосіб. У початковій точці, що відповідає максимальному куту нахилу дотичної до еліпса, скручування позитивне і має максимальну інтенсивність. Далі інтенсивність скручування загасає і на довжині розгортки $0,5 \pi$ стає рівною нулю, а кут скручування досягає максимального значення, рівного куту нахилу січної площини.

При подальшому розгортанні напрямок скручування міняється на протилежне, а інтенсивність скручування росте до максимуму в точці, що відповідає довжині розгортки π . Кут скручування стає рівним нулю. На другій половині розгортки характер скручування аналогічний, але значення кута скручування негативні.

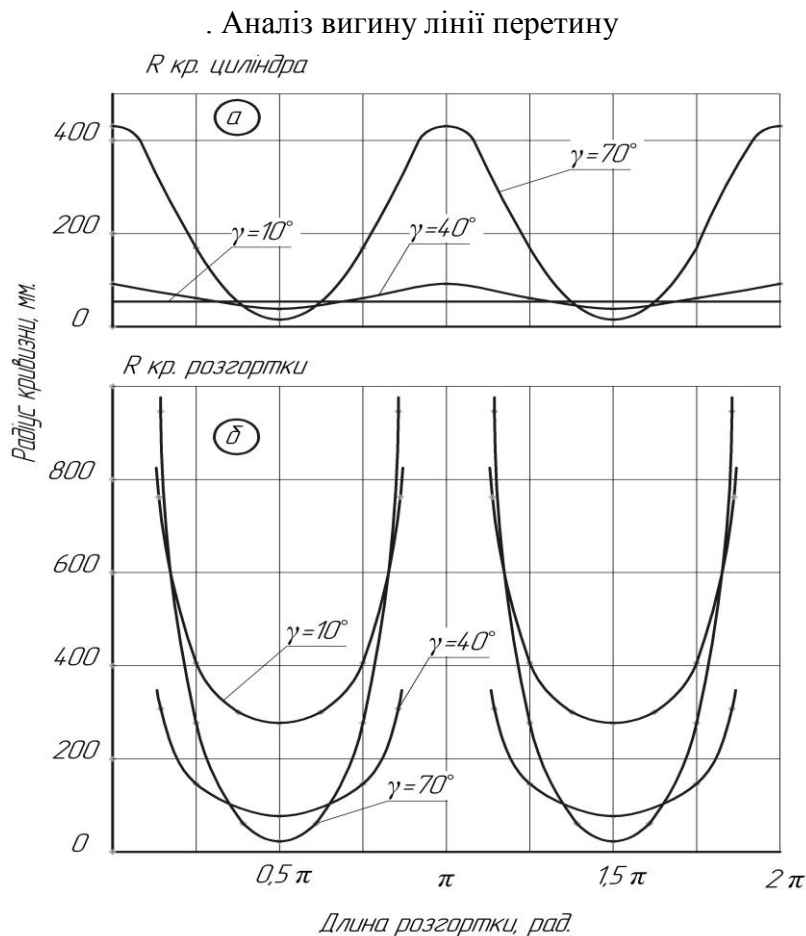


Рис. 4. Залежність радіусу кривизни від довжини розгортки

Зміна радіуса кривизни лінії перетину на циліндрі по його периметру має безперервний коливальний характер. Дві вершини і дві западини відповідають більшій і меншій осям еліпса (рис. 4, а). Зі зменшенням нахилу січної площини амплітуда коливань знижується, а для нормального перетину вона дорівнює нулю.

Після розгортання безперервний графік розпадається на два однакових (рис. 4, б). Максимальні і мінімальні значення радіусів кривизни на циліндрі і на розгортці відповідають тим самим точкам. Максимальні значення на розгортці стають рівними нескінченності.

ВИСНОВКИ

1. Розроблено методику аналізу зміни форми лінії перетину циліндра площиною при його розгортанні. Показано, що в загальному випадку лінія перетину при розгортанні піддається вигину і скручуванню.
2. Скручування змінно і змінює напрямок по довжині розгортки. Максимальний кут скручування дорівнює куту нахилу січної площини. Інтенсивність скручування пропорційна куту нахилу дотичної у точці лінії перетину на циліндрі. При рівності цього кута нулю (у цьому випадку дотична перпендикулярна до миттєвої осі обертання при розгортанні) скручування відсутнє.
3. Величина вигину обернено пропорційна куту нахилу дотичної до лінії перетину на циліндрі. При рівності цього кута нулю (відповідає нормальному перетину циліндра) має місце максимальний вигин.

ЛІТЕРАТУРА

1. Михайленко В.Є. Інженерна графіка: Підручник /В.Є.Михайленко, В.В. Ванін, С.М. Ковальов. –К: Каравела, 2008. – 272 с.
2. Бубенников А.В. Начертательная геометрия: Учебник для вузов. –3-е изд., перераб. и доп. / А.В.Бубенников. – М.: Высшая школа, 1985. – 288 с.
3. Кириченко А.Ф. Теоретичні основи інженерної графіки: Підручник для вищих технічних навчальних закладів. /А.Ф. Кириченко. –Київ: ВД “Професіонал”, 2004. – 496 с.